

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

28. kolovoza 2017.

1. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Što znači da je $\int f(x)dx = F(x) + C$?
Objasnite riječima i formulom. (2 boda)

- (ii) Je li $F(x) = \sqrt{\sqrt{\sqrt{x}}}$ primitivna funkcija funkcije $f(x) = \frac{1}{8\sqrt{x^7}}$?
Objasnite! (4 boda)

- (iii) Odredite $\int x\sqrt{e^x}dx$ i provjerite rezultat. (4 boda)

2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje $\int_{-4}^3 (x-2)(x+3)dx$. (4 boda)

(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)

3. (i) Napišite formule za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabli f oko (x_0, y_0) . (2 boda)

(ii) Primijenite obje formule iz (i) na funkciju $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^3 - y^2}}$ oko $(x_0, y_0) = (2, -3)$. (4 boda)

(iii) Napišite formule za prirast i približni prirast funkcije dviju varijabli ako se x promijeni za Δx , a y za Δy . Primijenite te formule na (ii). Posebno za $\Delta x = 0.02$ i $\Delta y = -0.05$. (4 boda)

4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala $\iint_D f(x, y) dx dy$ za pozitivnu funkciju f i područje ravnine D . (2 boda)

(ii) Problem iz (i) opišite ako je $f(x, y) = 1$ i ako je D područje omeđeno krivuljama $y = \sqrt{x+2}$ i $y = -x+4$. Slika! (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (ii). (4 boda)

5. (i) Zapišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda i objasnite kako se rješava. (3 boda)

- (ii) Objasnite koje od sljedećih diferencijalnih jednadžbi jesu linearne prvog reda, a koje nisu:

$$(a) yy' + 2x = 3 \quad (b) x - y' = 3y \sin x$$

$$(c) \tan x + \ln y = y' \quad (d) 3x^3y = 2\sqrt{xy}'.$$

Za linearne objasnite jesu li homogene ili nehomogene. (3 boda)

- (iii) Zapišite, objasnite i riješite Cauchyev problem titranja po pravcu. Predočite geometrijski! (4 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

28. kolovoza 2017.
2. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Riješite integral

$$\int_0^{\frac{\pi}{12}} \frac{\sin(3x)}{\cos^3(3x)} dx.$$

(5 bodova)

(ii) Prijelazom na polarne koordinate izračunajte dvostruki integral

$$\iint_S \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy$$

ako je S područje omeđeno kružnicom $x^2 + y^2 = 4x$. (5 bodova)

2. (i) Skicirajte područje integracije u dvostrukom integralu

$$\int_0^1 dy \int_{e^{-y}}^{e^y} f(x, y) dx.$$

(2 boda)

(ii) Promijenite poredak integracije u tom integralu. (3 boda)

(iii) Izračunajte taj integral za

$$f(x, y) = \frac{e^y}{x^2}.$$

(5 bodova)

3. Zadana je funkcija

$$f(x, y) = e^{1-3x^2-y^2}.$$

(i) Odredite druge parcijalne derivacije f_{xx} i f_{yy} . (4 boda)

(ii) Ispitajte lokalne ekstreme funkcije f . (6 bodova)

4. (i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y' - \frac{y}{x \ln x} = 3x^2 \ln x.$$

(7 bodova)

- (ii) Odredite partikularno rješenje jednačbe iz (i) za koje vrijedi $y'(1) = -3$. (3 boda)

5. (i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y'' - 7y' + 6y = 0.$$

(2 boda)

- (ii) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y'' - 7y' + 6y = 2 \sin x.$$

(4 boda)

- (iii) Odredite partikularno rješenje jednačbe iz (ii) za koje vrijedi $y(0) = 1$ i $y'(0) = 2$. (4 boda)